BAC BLANC

11/05/2012

SECTION: SCIENCES EXPÉRIMENTALES

EPREUVE: MATHÉMATIQUES **DURÉE:** 3h **PROF:** Lahmadi Adel

LYCÉE BECHRI (KÉBILI)
4ÈME SC-EXP 2

EXERCICE N°1 (4 points)

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des trois propositions A, B ou C est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 sont rouges et 3 sont noires.

❶ On tire au hasard simultanément 3 boules de l'urne.

a) La probabilité de tirer 3 boules noires est

A) $\frac{1}{56}$ B) $\frac{1}{120}$ C) $\frac{1}{3!}$

b) La probabilité de tirer 3 boules de même couleur est:

A) $\frac{11}{56}$ B) $\frac{11}{120}$ C) $\frac{16}{24}$

❷ On tire au hasard une boule de l'urne, on note sa couleur, on la remet dans l'urne; on procède ainsi à 5 tirages successifs et deux à deux indépendants.

a) La probabilité d'obtenir 5 fois une boule noire est:

A) $\left(\frac{3}{8}\right)^3 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3$ B) $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ C) $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

b) La probabilité d'obtenir 2 boules noires et 3 boules rouges est:

A) $\left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$ B) $2\times\frac{5}{8}+3\times\frac{3}{8}$ C) $10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$

❸ On tire successivement et sans remise deux boules de cette urne. On note:

R_1 l'événement :" La prmière boule tirée est rouge".

N_1 l'événement :" La prmière boule tirée est noire".

R_2 l'événement:" La deuxième boule tirée est rouge".

N_2 l'événement:" La deuxième boule tirée est noire".

a) La probabilité conditionnelle $P(R_2 / R_1)$ est:

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{5}{14}$

b) La probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage est :

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{3}{28}$

EXERCICE N°2 **(6 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$.

On désigne par A et B les points d'affixes respectives 2 et 3.

❶ a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2-4z+6=0$

b) On désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectives : $z_1=2+i\sqrt{2}$ et $z_2=2-i\sqrt{2}$.

Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\dfrac{z_1-3}{z_1}$. En déduire la nature du triangle OBM_1.

c) Montrer sans nouveau calcul que les points O, B, M_1 et M_2 appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ que l'on précisera. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ et placer les points M_1 et M_2 sur la figure.

❷ On appelle f l'application du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par l'égalité: $z'=z^2-4z+6$.

On désigne par Γ le cercle de centre A et de rayon $\sqrt{2}$. Ce cercle ne sera pas tracé sur le dessin.

a) Vérifier l'égalité: $z'-2=(z-2)^2$.

b) Soit M le point de Γ d'affixe $z=2+\sqrt{2}\,e^{i\theta}$ où θ désigne un réel de l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

Vérifier l'égalité: $z'=2+2e^{2i\theta}$ et en déduire que M' est situé sur un cercle Γ' dont on précisera le centre et le rayon. Tracer Γ' sur la figure.

❸ On apelle D le point d'affixe $d=2+\dfrac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{2}$ et on désigne par D' l'image de D par f.

Ecrire sous forme exponentielle le nombre complexe $d-2$. En déduire que D est situé sur le cercle Γ.

EXERCICE N°3 **(6 points)**

La courbe (C) donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+1$.

❶ a) Etudier les variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$.

b) En déduire les coordonnées du point de (C) d'ordonnée maximale.

❷ Soit **D** la droite d'équation $y=x$.

On cherche à calculer les coordonnées du point d'intersection de la courbe (C) et de la droite **D**.

a) Démontrer que l'abscisse des points d'intersection de (C) et **D** est solution de l'équation: $\ln x-x^2+x=0$.

b) Démontrer que l'équation $\ln x-x^2+x=0$ admet une solution et une seule dans l'intervalle $]0;+\infty[$ que l'on déterminera. **(On pourra étudier les variations de la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=\ln x-x^2+x$)**

c) Déterminer alors les coordonnées du point d'intersection de (C) et de **D**.

❸ On définit une suite (U_n) par son premier terme $U_0=2$ et pour tout entier naturel n $U_{n+1}=\dfrac{\ln U_n}{U_n}+1$.

a) Sur la représentation graphique ci-dessous construire U_1, U_2 et U_3.

b) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, U_n appartient à $[1\,;e]$.

❹ Déterminer le sens de variation de la suite (U_n).

❺ a) Montrer que la suite (U_n) est convergente . On note L sa limite.

b) Déterminer la valeur exacte de L.

EXERCICE N°4 **(4 points)**

❶ On veut résoudre l'équation différentielle **(E) :** $y'+3y=27x^2-27x+9$.

a) Vérifier que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=9x^2-15x+8$ est une solution de **(E)** .

b) Donner les solutions de l'équation différentielle $y'+3y=0$.

c) Montrer que f est solution de (E) si et seulement si f-h est solution de l'équation $y'+3y=0$.

d) Déterminer la solution f de **(E)** vérifiant $f(0)=5$.

e) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

Bon Travail

Annexe

Nom:.. **Classe:.............................**